

La quantification de la couleur pour la gestion de la couleur

Charles Vassallo – 23 mai 2006

Avant propos : l'œil comme une « boîte noire »

Ces quelques pages sont nées de la frustration de ne pas trouver sur le web d'explications complètement cohérentes sur les bases théoriques de la couleur dans la chaîne graphique. Je présume que j'aurais trouvé satisfaction si je m'étais enfoncé dans des ouvrages fondamentaux comme *Color Science* de G. Wyszecki, and W. S. Stiles, ou *Measuring Colour* de R. W. G. Hunt, mais je n'ai jamais sauté le pas. Outre le coût conséquent de ces ouvrages respectables, je craignais de me faire embarquer bien au-delà des quelques bases que je souhaitais acquérir et que je présumais relativement simples. Je me suis donc obstiné à pignocher ici et là sur le web ; nulle part je n'ai trouvé complète satisfaction, mais je suis finalement arrivé à la synthèse qui va suivre, et qui, j'espère, pourra être utile à d'autres personnes qui partageraient ma tournure d'esprit.

On va trouver des équations. Bien sûr ! Comment les éviter si on veut être clair et précis ? De nombreux auteurs se sont évertués à les bannir (comme B. Fraser, C. Murphy et F. Bunting, *Gestion des couleurs*) avec le résultat d'encombrer leurs pages d'explications verbeuses et souvent pas trop cohérentes. A l'autre extrême, on trouve la formidable collection d'équations et de chiffres rassemblés par Bruce Lindbloom dans son site — il faut comprendre « formidable » dans ses deux sens, au sens populaire d'extraordinaire et d'incontournable, mais aussi au sens original « qui fait peur », car l'auteur ne donne à peu près aucune explication sur le sens de ses équations. J'ai donc essayé de tenir un juste milieu, expliquer les notions de base avec un langage approprié, en n'utilisant les formules que pour lever l'ambiguïté des mots de tous les jours.

On met généralement un double habit autour de ces bases théoriques sur la couleur : un habit historique, expliquant comment on est arrivé peu à peu à la présentation actuelle de la théorie, et un habit physiologique où on essaie de décrire la structure de l'œil et son fonctionnement. En fait, dans une première approche, on peut parfaitement faire l'impasse sur ce second aspect et se borner à considérer l'œil comme une sorte de « boîte noire » qu'on décrit par le biais de ses réponses à certaines actions, sans se préoccuper de savoir ce qu'il y a à l'intérieur. On va voir qu'on peut pratiquement tout expliquer ainsi ce qui nous sera utile.

En route !

Le découpage

1 – Les composantes chromatiques d'une couleur	3
2 – Passage général du spectre aux composantes R , V , B	4
3 – Changement de lumières primaires	5
4 – Normalisations. Le modèle de 1931	6
5 – La chromaticité et le triangle de Maxwell	7
6 – Passage aux tristimulus X, Y, Z	9
7 – Diagramme de chromaticité en xy	10
8 – Luminance et retour sur le choix des primaires virtuelles	10
9 – Le « blanc », les illuminants et la couleur des objets	11
10 – Le modèle LAB (ou LCH)	13
11 – Les écarts de couleur (les ΔE)	14
12 – La quête pour un espace de couleurs perceptuellement uniforme	15
13 – Le problème de l'adaptation chromatique	16
14 – Les espaces colorimétriques RVB en pratique	17
15 – Passage des Lab aux RVB	19
16 – Et comment se sert-on de tout ça dans la vie de tous les jours ?	20
17 – Sources utilisées	22

1 – Les composantes chromatiques d'une couleur

La couleur n'existe pas physiquement, c'est une sensation créée dans l'œil et le cerveau. Le premier problème est de quantifier cette sensation.

Observer la couleur est loin d'être trivial. On peut très bien avoir des perceptions différentes pour deux échantillons identiques placés sous le même éclairage mais dont les formes ne sont pas les mêmes ou qui ne sont pas placés dans le même contexte (effet de contraste simultané, par exemple). La Commission Internationale de l'Eclairage (« CIE ») a donc commencé par définir des conditions d'observation très strictes pour l'étude de ces couleurs, que nous ne détaillerons pas ici, mais qui existent.

Dans ces conditions, la sensation de couleur ne dépend plus que du spectre $P(\lambda)$ de puissance lumineuse qui arrive sur l'œil, mais de nombreux spectres différents peuvent conduire à la même sensation de couleur. *Un fait d'expérience est qu'on peut reconstituer n'importe quelle couleur en superposant trois rayonnements « primaires » dont les spectres $R(\lambda)$, $V(\lambda)$ et $B(\lambda)$ sont linéairement indépendants et dont les puissances sont correctement ajustées :*

$$P(\lambda) \leftrightarrow \begin{bmatrix} R(\lambda) \\ R, V, B \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V(\lambda) \\ B(\lambda) \end{bmatrix}$$

Cette écriture signifie que le rayonnement $P(\lambda)$ à analyser est perçu avec la même couleur que la somme des trois primaires modulées par les coefficients R , V et B — le 2^{ème} membre est à lire comme le produit d'une matrice ligne par une matrice colonne ; on dit que ces R, V, B sont les *composantes chromatiques* de $P(\lambda)$ par rapport à ces trois primaires. Sur le plan concret, l'expérience consiste à éclairer une surface blanche d'un côté par le rayonnement analysé, de l'autre par les trois primaires (la diffusion lors de la réflexion réalise l'addition des trois spectres) et à ajuster les trois amplitudes R , V , B jusqu'à ce qu'on éprouve des deux côtés la même sensation de couleur.

Dans la « superposition » des primaires, un ou deux des coefficients R , V , B peuvent être négatifs : par exemple, si R est négatif, l'expérience consiste alors à comparer les couleurs pour les compositions $P(\lambda) + (-R) \cdot R(\lambda)$ d'une part et $V \cdot V(\lambda) + B \cdot B(\lambda)$ d'autre part, c.à.d. à chercher les R , V , B pour avoir

$$P(\lambda) + (-R) \cdot R(\lambda) \leftrightarrow \begin{bmatrix} 0, V, B \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} R(\lambda) \\ V(\lambda) \\ B(\lambda) \end{bmatrix}$$

On peut ainsi définir n'importe quelle couleur par un triplet $[R, V, B]$ une fois qu'on a choisi les trois rayonnements primaires. *On ne doit pas se laisser abuser par le formalisme utilisé ; il ne suffit pas pour assurer que les couleurs ont une structure d'espace vectoriel. Pour cela, si on a deux rayonnements $P'(\lambda)$ et $P''(\lambda)$ dont les couleurs correspondent respectivement aux triplets $[R', V', B']$ et $[R'', V'', B'']$, il faudrait que la couleur perçue pour la superposition $\alpha' P'(\lambda) + \alpha'' P''(\lambda)$, où α' et α'' sont deux scalaires arbitraires, soit traduite par la combinaison correspondante des triplets, autrement dit :*

$$\alpha' [R', V', B'] + \alpha'' [R'', V'', B'']$$

Cela n'a rien d'évident, mais on admettra que c'est bien le cas, comme postulé par Grassmann en 1853.

N'ayant pas lu les textes originaux, je ne sais pas comment Grassmann a présenté cette loi. Comme il a plutôt laissé le souvenir d'un pur mathématicien, je présume qu'il l'a simplement énoncée en tant que simple hypothèse. Il y a eu par la suite de nombreux travaux expérimentaux qui ont été interprétés de manière satisfaisante dans le cadre de cette hypothèse et qui en ont donc consacré la validité. On dit toutefois de temps en temps que cette validité serait limitée par certaines non-linéarités, mais je n'ai pas encore trouvé d'autre référence sur ce sujet que l'allusion à la vision crépusculaire qu'on doit éviter de mettre en action.

On en déduit une relation très importante : si on a deux équivalences en couleur

$$P'_1(\lambda) \Leftrightarrow P'_2(\lambda) \text{ et } P''_1(\lambda) \Leftrightarrow P''_2(\lambda) \quad (1.a)$$

(avec des spectres linéairement indépendants), on en déduit :

$$\alpha' P'_1(\lambda) + \alpha'' P''_1(\lambda) \Leftrightarrow \alpha' P'_2(\lambda) + \alpha'' P''_2(\lambda) \quad (1.b)$$

En effet, si les deux équivalences figurant dans (1.a) correspondent aux deux triplets chromatiques $[R', V', B']$ et $[R'', V'', B'']$, les deux combinaisons linéaires dans la relation (1.b) correspondent au même triplet composite $\alpha' [R', V', B'] + \alpha'' [R'', V'', B'']$ et on a bien l'équivalence en couleur.

On en déduit aussi qu'un rayonnement arbitraire correspond à un triplet chromatique unique (sinon, par différence, on trouverait des composantes chromatiques non nulles à $P(\lambda) - P(\lambda) = 0$, c.à.d. au noir complet).

Remarque : les rayonnements linéairement indépendants mais équivalents figurant dans (1.a) sont dits *métamères*. Plus généralement, on parle de *matériaux métamères* si, sous un éclairage donné, ces matériaux sont perçus avec la même couleur. Bien noter la différence de nature entre les relations $P(\lambda) - P(\lambda) = 0$ et $P'_1(\lambda) - P'_2(\lambda) \Leftrightarrow 0$: le premier membre est identiquement nul dans la première relation, mais pas dans la seconde. Dans ce deuxième cas, la différence $P'_1(\lambda) - P'_2(\lambda)$ est nécessairement tantôt positive, tantôt négative (sinon, ce serait un rayonnement physiquement réalisable, qui aurait donc forcément une certaine couleur non nulle).

2 – Passage général du spectre aux composantes R, V, B

Cette loi de linéarité est extrêmement commode. Elle assure notamment que chacune des composantes (R, V, B) est une fonction linéaire du spectre $P(\lambda)$, c.à.d. qu'on a des relations de la forme

$$\begin{aligned} R &= \int \underline{r}(\lambda) P(\lambda) d\lambda \\ V &= \int \underline{v}(\lambda) P(\lambda) d\lambda \\ B &= \int \underline{b}(\lambda) P(\lambda) d\lambda \end{aligned} \quad (2)$$

où les trois fonctions noyaux $\underline{r}(\lambda)$, $\underline{v}(\lambda)$, $\underline{b}(\lambda)$ peuvent être relevées expérimentalement en mesurant les triplets (R, V, B) pour les rayonnements monochromatiques sur l'ensemble du spectre visible.

En effet, comme le spectre d'une lumière monochromatique de longueur d'onde λ_0 est une distribution de Dirac $\delta(\lambda - \lambda_0)$, les formules précédentes conduisent alors à $R = \underline{r}(\lambda_0)$, $V = \underline{v}(\lambda_0)$ et $B = \underline{b}(\lambda_0)$

Il semble que ces relevés expérimentaux ont bel et bien été menés autour de 1930 indépendamment par W.D. Wright avec des primaires monochromatiques à 630 nm, 530 nm et 460 nm et par J. Guild avec d'autres primaires monochromatiques à 435.8 nm, 546.1 nm et 700.0 nm. La CIE a alors proposé de tout standardiser dans son modèle RGB-1931 en se basant sur les primaires de J. Guild. Bien plus tard (1955), ces relevés directs de ces fonctions ont été répétés par Stiles et Burch [selon <http://www.cvrl.org/database/text/cmfs/sbrgb2.htm>] en utilisant comme lumières primaires d'autres faiceaux monochromatiques à 645.2 nm, 526.3 nm et 444.4 nm.

Les travaux de 1930 sont difficilement accessibles. Un réexamen récent (2004) des travaux de Wright est disponible en ligne dans trois articles associés de A.D. Broadbent :
http://www.cis.rit.edu/mcsl/research/broadbent/CIE1931_RGB.pdf,
<http://www.cis.rit.edu/mcsl/research/broadbent/TrichromaticColorMatching.pdf>
http://www.cis.rit.edu/mcsl/research/broadbent/CIE1931_RGB.xls
 Toutefois, on ne s'y intéresse qu'aux composantes de chromaticité, c.à.d. les rapports $R/(R+V+B)$, $V/(R+V+B)$ et $B/(R+V+B)$ (de somme 1), et pas aux fonctions elles-mêmes.

3 – Changement de lumières primaires

Les remarques précédentes conduisent à la question suivante : qu'arrive-t-il aux fonctions $\underline{r}(\lambda)$, $\underline{v}(\lambda)$, $\underline{b}(\lambda)$ si on passe d'un système de trois couleurs primaires à trois autres ?

Si on introduit la matrice des composantes chromatiques des nouvelles primaires par rapport aux anciennes, on peut écrire

$$\begin{bmatrix} R'(\lambda) \\ V'(\lambda) \\ B'(\lambda) \end{bmatrix} \leftrightarrow [T] \cdot \begin{bmatrix} R(\lambda) \\ V(\lambda) \\ B(\lambda) \end{bmatrix} \quad (3)$$

La première ligne de cette relation signifie que la nouvelle primaire $R'(\lambda)$ est vue de la même couleur que la combinaison $R'_{eq}(\lambda) = M_{11} R(\lambda) + M_{12} V(\lambda) + M_{13} B(\lambda)$ des anciennes ; de même pour les deux autres lignes.

Maintenant, considérons un rayonnement arbitraire $P(\lambda)$ dont les composantes chromatiques seraient $[R, V, B]$ avec les anciennes primaires et $[R', V', B']$ avec les nouvelles. En vertu de la linéarité des relations (1.a-b), on peut multiplier les deux membres de (3) par la matrice ligne $[R', V', B']$ à gauche, d'où

$$P(\lambda) \leftrightarrow [R', V', B'] \cdot \begin{bmatrix} R'(\lambda) \\ V'(\lambda) \\ B'(\lambda) \end{bmatrix} \leftrightarrow [R', V', B'] \cdot [T] \cdot \begin{bmatrix} R(\lambda) \\ V(\lambda) \\ B(\lambda) \end{bmatrix}$$

Au dernier membre, on a nécessairement le triplet des anciennes composantes chromatiques, d'où la relation de passage recherchée pour ces composantes :

$$[R', V', B'] \cdot [T] = [R, V, B] \quad (4)$$

Cette relation est valable si $P(\lambda)$ est un rayonnement monochromatique, c.à.d. qu'elle s'applique aux fonctions noyaux :

$$[\underline{r}'(\lambda), \underline{v}'(\lambda), \underline{b}'(\lambda)] \cdot [\mathbf{T}] = [\underline{r}(\lambda), \underline{v}(\lambda), \underline{b}(\lambda)] \quad (5)$$

ou encore :

$$[\underline{r}'(\lambda), \underline{v}'(\lambda), \underline{b}'(\lambda)] = [\underline{r}(\lambda), \underline{v}(\lambda), \underline{b}(\lambda)] \cdot [\mathbf{T}]^{-1} \quad (6)$$

4 – Normalisations. Le modèle de 1931

Jusqu'ici, nous n'avons pas parlé des puissances véhiculées par chacune des primaires $R(\lambda)$, $V(\lambda)$ ou $B(\lambda)$. Normaliser consiste à spécifier ces puissances, ce qui revient éventuellement à multiplier chacune des densités spectrales initiales par des facteurs constants, et, en même temps, à diviser les amplitudes R , V , B par ces mêmes facteurs.

Dans son modèle de 1931, la CIE a décidé qu'on partirait de primaires monochromatiques à 425,8 nm, 546,1 nm et 700 nm et que les fonctions $\underline{r}(\lambda)$, $\underline{v}(\lambda)$, $\underline{b}(\lambda)$ correspondantes seraient normalisées de manière à ce qu'on ait la même aire entre leurs courbes et l'axe des λ , soit :

$$\int \underline{r}(\lambda) d\lambda = \int \underline{v}(\lambda) d\lambda = \int \underline{b}(\lambda) d\lambda. \quad (7)$$

La figure suivante montre les courbes ainsi obtenues.

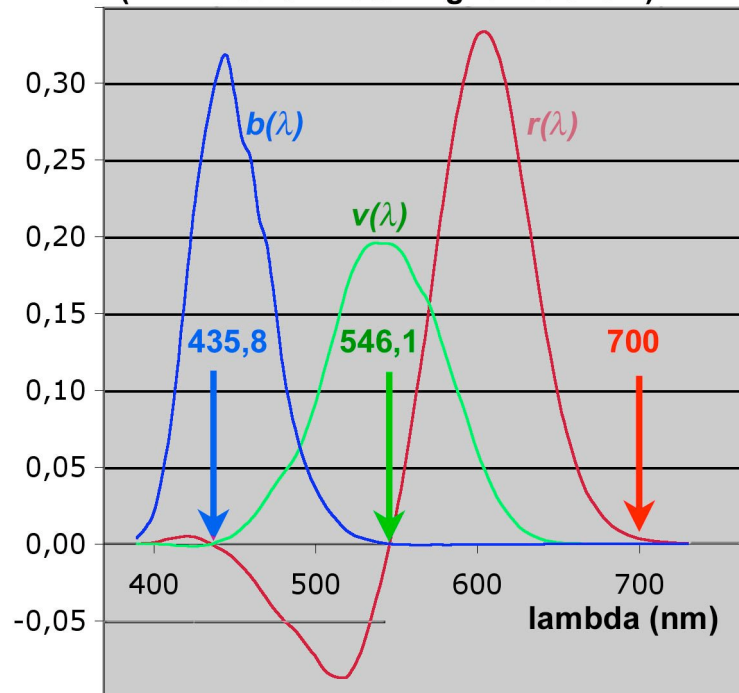
Ces courbes sont directement déduites des mesures de Stiles et Burch de 1955, telles qu'on peut les avoir depuis

<http://www.cvgl.org/database/text/cmfs/sbrgb2.htm>

Stiles et Burch avaient opéré avec des primaires monochromatiques à 444.44, 526.32 et 645.16 nm, différentes des primaires imposées par la CIE en 1931 et rappelées dans la figure. Les courbes ci-contre ont été déduites des résultats expérimentaux au moyen de l'équation (6), avec une matrice de passage $[\mathbf{T}]$ directement lue dans les données de Stiles et Burch, puis après une renormalisation des résultats de manière à avoir l'égalité des aires.

Cette normalisation des fonctions d'équilibrage correspond à des rapports précis entre les puissances des trois primaires, mais on va voir dans ce qui suit qu'on n'a pas besoin de préciser ces rapports.

Fonctions d'équilibrage des RVB - CIE 1931
(« RVB color-matching functions »)



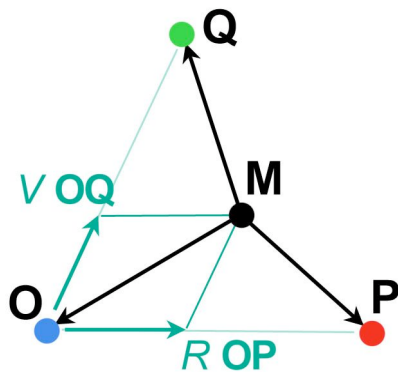
5 – La chromaticité et le triangle de Maxwell

Quand on multiplie la densité spectrale de puissance spectrale $P(\lambda)$ d'un rayonnement par un facteur donné, on multiplie ses composantes chromatiques (R, V, B) par le même facteur, mais les quantités réduites

$$r = R / (R + V + B) \quad ; \quad v = V / (R + V + B) \quad ; \quad b = B / (R + V + B) \quad (8)$$

sont évidemment indépendantes de la puissance totale. On peut donc penser qu'elles sont caractéristiques des propriétés intrinsèques de couleur associée à ce spectre, indépendamment de la puissance émise. On parle de *chromaticité* et on l'exprime par ces trois composantes (r, v, b) ; bien entendu, puisqu'on a forcément $r+v+b=1$, seulement deux d'entre elles sont indépendantes.

Cette *chromaticité* conduit à la représentation graphique connue sous le nom de triangle de Maxwell. Si on associe trois points P, Q et O du plan aux trois primaires rouge, verte et bleu (voir figure), on peut représenter la chromaticité d'une couleur par le point M du plan qui a r, v, b comme coordonnées barycentriques par rapport à ces trois points, soit :



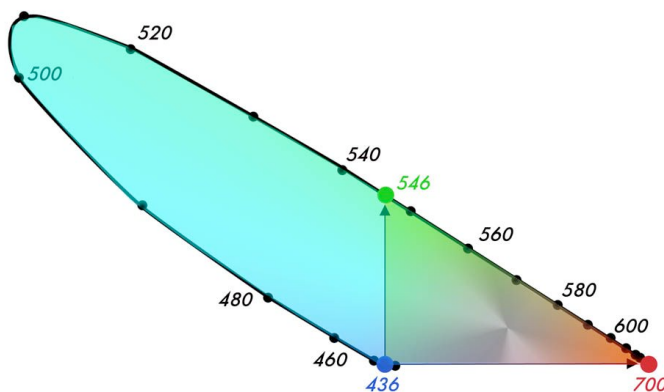
$$r \text{ MP} + v \text{ MQ} + b \text{ MO} = 0 \quad (9)$$

ou encore, avec $b = 1 - r - v$,

$$\text{OM} = r \text{ OP} + v \text{ OQ} \quad (10)$$

c'est-à-dire que le point M a les coordonnées r et v par rapport au repère vectoriel (OP, OQ) , comme indiqué en vert dans la figure. Le triangle OPQ est le triangle de Maxwell ; toutes les couleurs qu'on peut physiquement reproduire à l'aide de ces primaires (avec des r, v, b positifs) correspondent à l'intérieur de ce triangle.

Dans la figure ci-dessous, on a appliqué cette construction avec les $\underline{r}(\lambda)$, $\underline{v}(\lambda)$, $\underline{b}(\lambda)$ de la

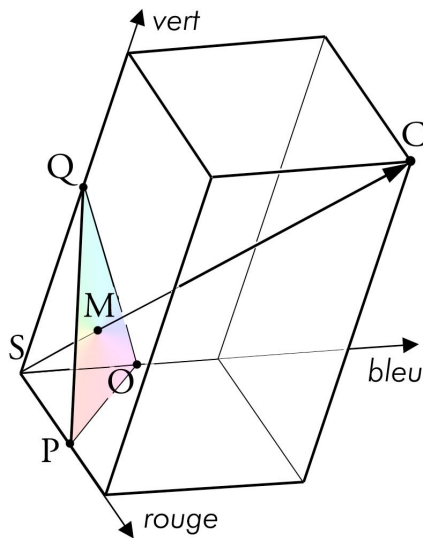


Section 4. On obtient ainsi une représentation des chromaticités de toutes les couleurs du spectre rapportées à nos trois primaires, le *spectrum locus*. Dans la figure, on a pris un triangle rectangle pour les trois primaires parce que la figure est alors plus facile à construire, Excel donnant directement la courbe à partir d'une tabulation des fonctions d'équilibrage. Toutes les couleurs à l'intérieur de ce triangle s'obtiennent avec des coordonnées positives ; toutes celles qui en

sortent impliquent que l'une au moins de ces coordonnées est négative. L'ensemble des couleurs visibles se place dans la zone colorée de la figure.

Remarques

- (1) Cette dernière affirmation n'est pas si évidente que cela. On l'établira plus loin.
- (2) On peut appliquer une transformation affine à la figure pour donner une autre forme au triangle de base ; il semble que la forme originale de Maxwell était un triangle équilatéral. Cependant, dans tous les cas, on gardera l'énorme bosse des verts-cyans-bleus en dehors du triangle de base. Soulignons que cette forme est une conséquence directe de la normalisation utilisée pour la Figure 1 (même aire sous les trois courbes). Si on doublait la puissance de la primaire rouge, on diviserait $\underline{r}(\lambda)$ par 2 sans toucher aux deux autres fonctions, et cette bosse serait fortement réduite.



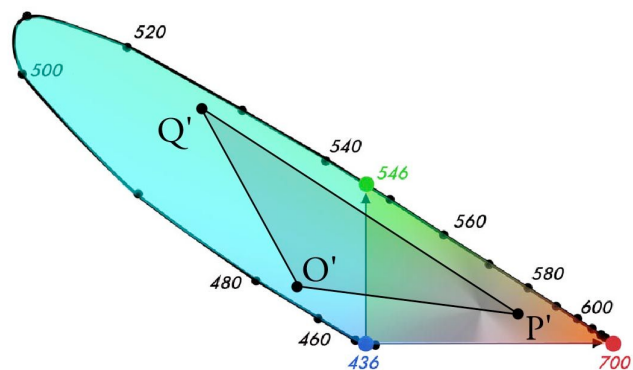
En fait, ce que nous avons construit n'est rien d'autre qu'une projection conique de l'espace des couleurs depuis son origine sur le plan $R+V+B=1$.

La figure ci-contre montre une visualisation de cet espace organisé autour de 3 axes *rouge*, *vert* et *bleu* arbitraires issus d'une origine S. Le triangle de Maxwell et les quatre points M, O, P, Q sont rappelés dans le triangle en couleur. D'après la définition même des coordonnées barycentriques, on a

$$(R+V+B) \mathbf{SM} = R \mathbf{SP} + V \mathbf{SQ} + B \mathbf{SO}$$

Or, $\mathbf{SP}$, $\mathbf{SQ}$ et $\mathbf{SO}$ étant précisément les vecteurs unités sur les axes rouge, vert et bleu, le deuxième membre est précisément le vecteur $\mathbf{SC}$ qui joint l'origine au point C représentant la couleur de composantes (R, V, B) . Le point M est donc bien la projection conique de ce point C sur le plan $R+V+B=1$.

On en déduit une propriété remarquable du diagramme de chromaticité. Considérons un autre jeu de primaires ; dans la visualisation tridimensionnelle, cela revient à prendre trois nouveaux axes, et toutes les couleurs qu'on peut former physiquement par addition de ces trois primaires sont situées à l'intérieur de la pyramide dont les arêtes sont les parties positives de ces trois axes. Ces arêtes coupent le diagramme de chromaticité en trois points P', Q' et O' qui sont nécessairement les chromaticités des nouvelles primaires, et le point remarquable est que toutes les couleurs qu'on peut physiquement former avec elles sont contenues à l'intérieur du triangle ainsi formé (en foncé ci-contre).



Attention, toutefois, un même point M ne peut pas avoir l'ancienne chromaticité (r, v, b) comme coordonnées barycentriques par rapport aux points O, P, Q représentatifs des anciennes primaires et la nouvelle (r', v', b') comme coordonnées barycentriques par rapport aux nouveaux points O', P', Q'. Dans la représentation 3-D, le triangle de Maxwell associé aux nouvelles primaires a une orientation dans l'espace différente.

C'est maintenant qu'on peut justifier que le *spectrum locus* enclôt toutes les couleurs visibles. D'après ce que nous venons de voir, la combinaison de trois raies monochromatiques donne une chromaticité à l'intérieur de cette courbe. Si on ajoute une quatrième raie, on va rester à l'intérieur, etc. En ajoutant une infinité de raies monochromatiques, on peut former le spectre de n'importe quelle couleur réalisable et on restera constamment à l'intérieur de ce *spectrum locus*.

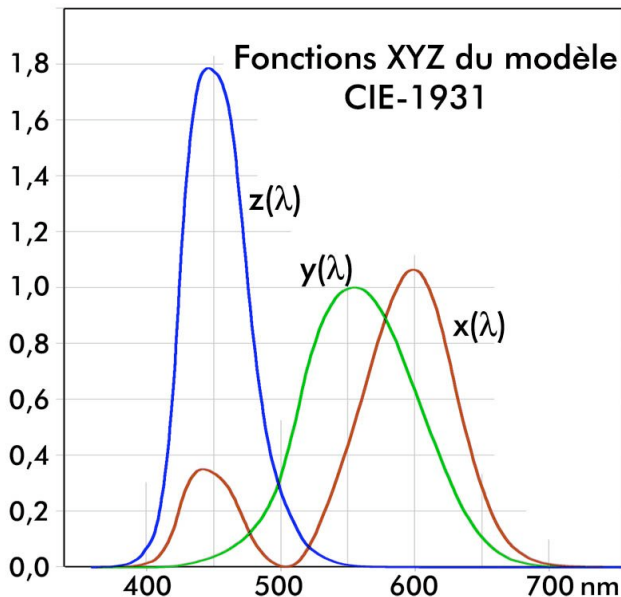
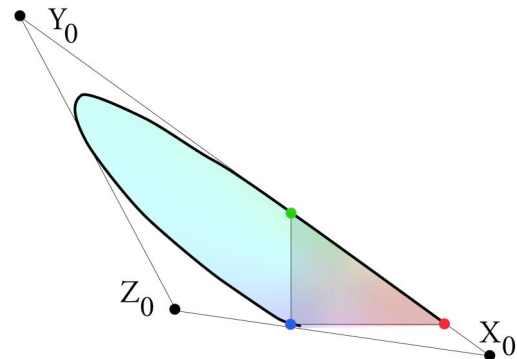
6 – Passage aux tristimulus X,Y,Z

Il semble qu'on ait été historiquement fort ennuyé par les parties négatives dans les courbes précédentes. Quelles que soient les primaires monochromatiques utilisées, on ne peut pas les supprimer. Cela résulte de la convexité de la courbe des rayonnements monochromatiques dans la figure précédente : on ne peut pas construire un triangle avec des sommets pris sur cette courbe et qui contienne tout l'intérieur de cette courbe. Il y a forcément des couleurs impossibles à obtenir physiquement, quelles que soient les primaires utilisées.

Qu'à cela ne tienne, utilisons des primaires fictives ! Dans l'équation (6), on peut facilement introduire des matrices de passage telles que les fonctions $\underline{x}'(\lambda)$, $\underline{y}'(\lambda)$ et $\underline{b}'(\lambda)$ deviennent toutes trois positives. La CIE a choisi les matrices suivantes (à un coefficient multiplicatif près)

$$[\mathbf{T}]^{-1} = \begin{bmatrix} 0,49 & 0,17697 & 0,00 \\ 0,31 & 0,81240 & 0,01 \\ 0,20 & 0,01063 & 0,99 \end{bmatrix} \quad [\mathbf{T}] = \begin{bmatrix} 2,36461 & -0,51517 & 0,00520 \\ -0,89654 & 1,42641 & -0,01441 \\ -0,46807 & 0,08876 & 1,00920 \end{bmatrix} \quad (11)$$

La présence des éléments négatifs dans $[\mathbf{T}]$ montre qu'il ne s'agit pas de couleurs physiquement réalisables à partir des trois primaires précédentes. On voit à droite comment se placent les chromaticités de ces trois «couleurs» par rapport au triangle de Maxwell précédent. Comme annoncé, le triangle ainsi formé contient bien toutes les couleurs visibles.



Les nouvelles fonctions $\underline{x}'$, $\underline{y}'$ et $\underline{b}'$ sont traditionnellement dénotées $\underline{x}(\lambda)$, $\underline{y}(\lambda)$ et $\underline{z}(\lambda)$. En pratique, elles sont définies par des tables dûment estampillées « C.I.E. », où le coefficient multiplicatif mentionné ci-dessus a été choisi de manière à avoir $\underline{y}(\lambda) = 1$ pour $\lambda = 555$ nm, pour des raisons que nous expliquerons plus loin.

La figure ci-dessus provient d'une telle table, issue d'un fichier Excel disponible sur le web à l'adresse

<http://www.cis.rit.edu/mcs1/online/CIE/StdObsFuncs.xls>

On peut refaire tous les calculs précédents à partir des fonctions $\underline{x}(\lambda)$, $\underline{y}(\lambda)$, $\underline{z}(\lambda)$ historiques de Stiles et Burch (1955) ou de Judd et Vos (1951-1978), telles qu'on les propose sur la page

<http://www.cvrl.org/cmfs.htm> . On arrive à un accord fort satisfaisant avec les courbes ci-dessus. Celles-ci sont plus régulières et proviennent manifestement d'un travail de moyennage entre de nombreuses équipes d'expérimentateurs.

On note dans (11) que la somme des éléments de chaque colonne de $[\mathbf{T}]^{-1}$ est 1. Il s'ensuit que la relation de normalisation (7) est conservée :

$$\int \underline{x}(\lambda) d\lambda = \int \underline{y}(\lambda) d\lambda = \int \underline{z}(\lambda) d\lambda \quad (12)$$

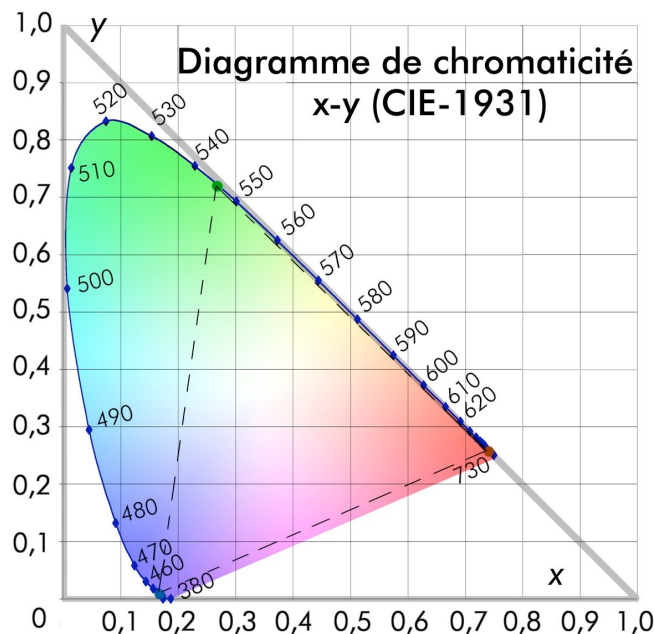
Les *tristimulus* X, Y, Z d'un rayonnement $P(\lambda)$ sont les composantes chromatiques associées à ces nouvelles fonctions d'équilibrage :

$$\begin{aligned} X &= \int \underline{x}(\lambda) P(\lambda) d\lambda \\ Y &= \int \underline{y}(\lambda) P(\lambda) d\lambda \\ Z &= \int \underline{z}(\lambda) P(\lambda) d\lambda \end{aligned} \quad (13)$$

7 – Diagramme de chromaticité en xy

Comme avec les primaires physiques, on peut associer une chromaticité (x, y, z) à ces nouvelles composantes, via les quantités réduites $x = X / (X + Y + Z)$, $y = Y / (X + Y + Z)$ et $z = Z / (X + Y + Z)$, et on

en tire le diagramme de chromaticité de la figure ci-contre, où on voit :



- ◆ en gris, le triangle de Maxwell qui s'appuie sur les trois primaires virtuelles ;
- ◆ la courbe des couleurs monochromatiques (le *spectrum locus*, gradué en nanomètres), qui entoure le domaine des couleurs visibles. Comme attendu, le triangle de Maxwell contient la totalité de ce domaine.
- ◆ en pointillé, le triangle des anciennes primaires physiques rouge-vert-bleu du modèle CIE-1931.

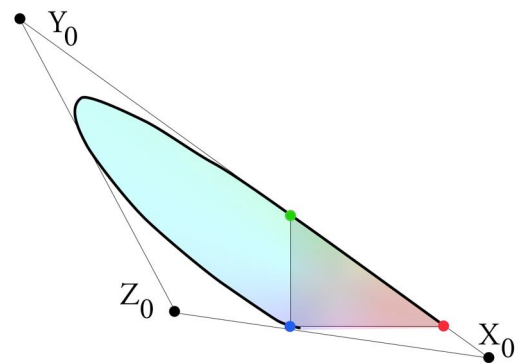
8 – Luminance et retour sur le choix des primaires virtuelles

La *luminance* d'un éclairage correspond à la sensation d'intensité visuelle perçue par l'œil. Dans le cas de lumières monochromatiques, à puissance égale en watt/m², cette luminance

dépend fortement de la longueur d'onde. Tout comme pour l'étude des composantes *RVB*, on a cherché à quantifier cette notion et donc à comparer les luminances de rayonnements de densités spectrales $P(\lambda)$ variées, et on a conclu qu'on avait à nouveau, peu ou prou, une relation linéaire de la forme $L = \int V(\lambda) P(\lambda) d\lambda$. Toutefois la détermination expérimentale du noyau $V(\lambda)$ implique de comparer les intensités visuelles de lumières avec des couleurs fort différentes, ce qui est bien plus difficile que les mesures directes des fonctions d'équilibrage $\bar{r}(\lambda)$, $\bar{v}(\lambda)$, $\bar{b}(\lambda)$ où on se contente d'équilibrer deux couleurs entre elles. On a donc proposé de nombreuses méthodes différentes pour accéder à $V(\lambda)$, avec des résultats voisins les uns des autres (avec notamment le maximum vers 555 nm), mais pas vraiment identiques. On trouvera dans <http://www.handprint.com/HP/WCL/color1.html> une figure résumant la situation (chercher « photopic » dans la page). Or, toutes ces courbes ressemblent beaucoup à la courbe de $\bar{v}(\lambda)$, sauf que celle-ci n'a pas son maximum à la bonne longueur d'onde et qu'elle est un peu négative par endroits. La CIE lui a donc ajouté une pincée des courbes de $\bar{r}(\lambda)$ et $\bar{b}(\lambda)$ de manière à avoir une fonction $V(\lambda)$ toujours positive ou nulle, avec un maximum égal à 1 pour $\lambda = 555$ nm et elle a décidé que ce serait cette « fonction de luminance » qui serait prise comme $\bar{v}(\lambda)$ dans le calcul des tristimulus *XYZ*. Autrement dit, par définition, la luminance d'un rayonnement $P(\lambda)$ est identique à sa composante *Y* définie dans (13).

Retour sur le choix des primaires virtuelles du modèle CIE-1931

Le choix de ces primaires implique la détermination des 9 éléments de la matrice $[T]$ ou de son inverse $[T]^{-1}$. La décision de prendre la luminance comme composante *Y* détermine 3 de ces coefficients et fixe la chromaticité de la primaire Y_0 dans le diagramme de chromaticité en *RVB* rappelé ci-contre. La contrainte d'avoir les mêmes sommes dans les colonnes de $[T]^{-1}$ impose deux relations supplémentaires. Il ne reste finalement plus que 4 degrés de liberté qu'on va fixer en choisissant la position des primaires X_0 et Z_0 . A noter qu'avec les choix de la CIE, la droite Y_0-Z_0 n'est pas tangente au domaine visible (comme on aurait pu le supposer et comme suggéré dans la figure), mais qu'elle passe très légèrement à l'extérieur.



J'ignore si ce fait était voulu dès le départ, et, plus généralement, je ne sais pas à quel point ces points X_0 et Z_0 ont été choisis arbitrairement ou pas.

9 – Le « blanc », les illuminants et la couleur des objets.

A ce stade de l'histoire, il est important de remarquer que *les triplets RVB ou XYZ — ou les chromaticités — que nous venons d'apprendre à évaluer ne sont pas du tout associés à une « couleur » bien précise*. Un même objet observé sous un éclairage artificiel ou sous la lumière du soleil sera perçu avec la même couleur (du moins en première approximation)

alors que les chromaticités des rayonnements renvoyés par l'objet peuvent être très différentes.

Les illuminants

Dans la théorie des couleurs, les éclairages ambiants sont appelés *illuminants* et on les caractérise par leurs distributions spectrales $I(\lambda)$. Sur chaque longueur d'onde, un objet donné ne réfléchit qu'une partie de l'éclairage ambiant, selon une loi de *réflectivité* $R(\lambda)$, de sorte que le spectre du rayonnement réfléchi est $P(\lambda) = R(\lambda) I(\lambda)$. Apparemment, la notion de couleur est liée principalement à la réflectivité et assez peu à l'éclairage ambiant — « assez peu », mais un peu tout de même ; tout devient rougeâtre sous l'éclairage d'une bougie !

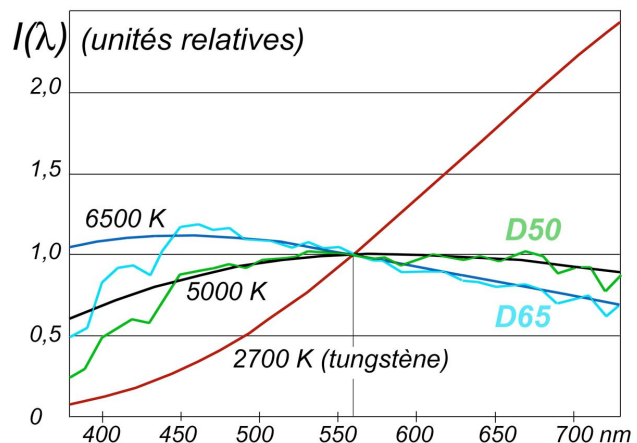
Chaque source d'éclairage a son propre spectre, mais certaines ont plus d'importance pratique que d'autres et ont acquis un rang de standard. Parmi celles-ci, citons :

- ◆ le rayonnement du corps noir à une température T . Il s'agit d'un concept théorique, mais les métaux réfractaires approchant de leur point de fusion (et notamment le tungstène des filaments dans les ampoules électriques) en sont une bonne approximation. Le spectre est décrit par la loi de Wien, soit, en unités pratiques (T en degrés K et λ en nm) :

$$I(\lambda) = (p/\lambda^5) / [\exp(14404000/T\lambda) - 1] , \quad (14)$$

où p est une constante sans importance pour nous. Les courbes lisses dans la figure ci-contre montrent trois exemples de tels spectres, à 2700 K, 5000 K et 6500 K

- ◆ les spectres « Dnn » (définis par la CIE) correspondent à la lumière naturelle à différents moments de la journée. La figure en donne deux, les D50 et D65, respectivement proches du corps noir à 5000 K et 6500 K (pour le matin et pour midi). Les irrégularités sont dues à l'absorption par les différents constituants de l'atmosphère.



Les différentes courbes de la figure ont été arbitrairement normalisées à 1 pour $\lambda = 560$ nm.

Température de couleur corrélée (« CCT »)

La CCT (« correlated color temperature ») sert à caractériser la lumière émise par une source naturelle ou pseudo-naturelle — c.à.d. imitant une source naturelle. En principe, c'est la température du corps noir pour laquelle l'écart de couleur entre la source et le corps noir passerait par un minimum. Malheureusement, faute de corps noir réel, l'expérience est impossible à réaliser et on se contente de faire un calcul, pas très simple, à partir du spectre de la source (cf Lindbloom).

La difficulté est précisément de donner une forme mathématique à la notion d'*écart de couleur* ; on donnera quelques indications plus loin (§12). Pour le moment, noter simplement que la CCT n'est pas la température qui maximise le produit de corrélation entre le spectre de la source et celui du corps noir. Par exemple les CCT des illuminants D50 et D65 de la figure précédente sont respectivement 5000 K et 6500 K alors que leurs spectres s'écartent notablement des spectres de corps noir correspondant dans les bleus.

Le blanc et les gris

Un *gris idéal* serait la couleur d'un matériau dont la réflectivité $R(\lambda)$ serait une constante indépendante de λ ; le *blanc idéal* correspondrait à $R(\lambda) = 1$ quel que soit λ . Ces gris ou ce blanc ont donc la même chromaticité, celle de l'illuminant (rappelons que la chromaticité d'une distribution spectrale est indépendante de la puissance du rayonnement). Evidemment, les blancs et les gris de la vie réelle ne sont que des approximations, avec des réflectivités présentant des variations résiduelles.

Première approche du mécanisme d'adaption chromatique de l'œil

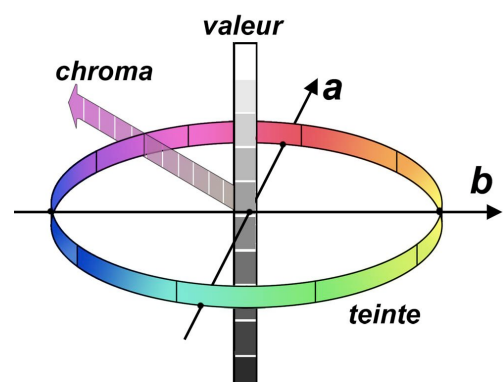
L'un des miracles du fonctionnement de l'œil est qu'un blanc paraît toujours blanc, du moins sous une très grande variété d'illuminants. On est donc amené à penser que l'œil perçoit d'une manière ou d'une autre le « blanc » correspondant à l'illuminant et qu'il réorganise la perception des couleurs autour de ce blanc. Une idée simple pour modéliser le phénomène consiste à postuler que cette perception des couleurs ne dépend que des *tristimulus réduits*, c.à.d. les rapports X/X_r , Y/Y_r et Z/Z_r , où les X, Y, Z sont les tristimulus du rayonnement arrivant dans l'œil depuis un objet donné et où les X_r, Y_r, Z_r sont les tristimulus du blanc le plus lumineux possible dans la scène (que ce blanc soit présent ou non, l'œil étant apparemment capable de l'imaginer au besoin). ***Autrement dit, ces trois stimulus réduits fourniraient une caractérisation absolue des couleurs.***

Le modèle LAB repose sur cette hypothèse et son succès pratique en démontre la validité. C'est essentiellement un simple jeu de réécriture des trois stimulus réduits afin d'obtenir des quantités plus commodes à manier ou à interpréter.

10 – Le modèle LAB (ou LCH)

Ce modèle est un essai de numérisation du système Munsell de description empirique des couleurs, où chaque couleur est caractérisée par trois paramètres : la *valeur*, la *teinte* et la *chroma*.

Sa représentation graphique est schématisée ci-contre. Cela ressemble beaucoup au système TSL (qui est un simple déguisement du système RVB), mais avec trois grosses différences : (i) la valeur est la valeur naturelle des couleurs, analogue à la *luminosité* mentionnée plus haut ; (ii) les teintes le long du cercle chromatique sont déplacées, avec deux axes orthogonaux vert-rouge (axe « a ») et bleu-jaune (axe « b ») ; la chroma, qui remplace la saturation, est distribuée très inégalement suivant les



teintes : les bleus à forte chroma sont très sombres, alors que les jaunes à forte chroma sont très clairs.

Le modèle LCH est un essai de transposition directe du système de Munsell , où le couple teinte/chroma correspond à des coordonnées polaires radiale C (pour *chroma*) et angulaire H (pour *hue*) dans le plan équatorial. Dans le modèle LAB, ce couple est remplacé par les coordonnées cartésiennes (a,b) de la figure.

Dans ce dernier modèle, on transforme les trois stimulus réduits en composantes L,a,b selon des formules manifestement empiriques :

$$\begin{aligned} L &= 116 f(Y/Y_r) - 16 \\ a &= 500 [f(X/X_r) - f(Y/Y_r)] \\ b &= 200 [f(Y/Y_r) - f(Z/Z_r)] \end{aligned} \quad (15)$$

où $f(u)$ est la fonction définie par :

$$\begin{aligned} \text{si } u > 216/24389 \text{ alors } f(u) &= u^{1/3} \\ \text{sinon} & f(u) = [(24389 u / 27) + 16] / 116 \end{aligned}$$

La composante L est la numérisation de la *valeur* de Munsell. On voit qu'elle ne dépend que des luminances au sens du paragraphe 8 pour la couleur considérée (c.à.d. le tristimulus Y) et pour le blanc de référence et on va également l'appeler *luminance* de la couleur. On fera évidemment attention à ne pas confondre les deux formulations ; il s'agit effectivement de la même notion, mais la formule (15) propose une renormalisation non-linéaire de Y .

Cette numérisation du système Munsell n'est pas parfaite [Lindbloom, McEvoy], mais ça marche déjà pas si mal que ça pour les besoins pratiques de la gestion de la couleur... et on n'a rien de mieux et surtout d'aussi peu compliqué pour le moment.

Réflexion personnelle : ce succès global a l'air tout de même assez miraculeux, en ce qu'on aurait pu prendre un autre jeu de primaires virtuelles pour englober le spectre visible, même en conservant le même Y pour la luminance (on a vu que ce choix était assez arbitraire) et qu'on pourrait alors se demander si on aurait obtenu une description également satisfaisante de la perception des couleurs à partir des nouveaux tristimulus réduits réduits. Sans doute la réponse devrait-elle être positive, au prix simplement d'une modification des formules (15), de manière à retrouver une mathématisation équivalente du modèle de Munsell. Mais les nouvelles formules seraient-elles aussi simples ?

11 – Les écarts de couleur (les *deltaE*)

On est souvent amené à comparer deux couleurs voisines, par exemple une couleur qu'on a su fabriquer et la couleur qu'on cherchait à reproduire. On aimerait bien caractériser l'écart entre ces deux couleurs par un nombre unique, le *deltaE*, et on aimerait que tous les couples de couleurs distantes du même *deltaE* donnent lieu à la même sensation d'écart entre les deux couleurs du couple. Autant dire tout de suite qu'on n'a pas encore trouvé de formulation vraiment satisfaisante.

Le plus simple est de prendre l'écart quadratique entre les composantes *Lab* des deux couleurs :

$$\text{delta}E = [(L_1 - L_2)^2 + (a_1 - a_2)^2 + (b_1 - b_2)^2]^{1/2} \quad (16)$$

mais cela conduit à surestimer fortement l'écart entre deux couleurs vives. Cette formule reste néanmoins souvent employée en raison de sa simplicité sous le nom de « deltaE-CIE1976 ». Plusieurs améliorations empiriques ont été proposées, de plus en plus complexes, connues sous le nom de deltaE-CIE1994, deltaE-CMC, deltaE-CIE2000 [Lindbloom]. On trouvera dans le site de Lindbloom un petit calculateur en java permettant d'apprécier les différences entre ces différentes formulations.

Une opinion personnelle : à partir d'un gris, on perçoit bien plus aisément une variation de *L* qu'une variation sur *a* ou *b* (il suffit de faire l'expérience dans Photoshop). On pourrait donc espérer d'une bonne formulation que le deltaE à partir d'un gris varie plus vite avec *L* qu'avec *a* ou *b*. Il n'en est rien. A partir du gris *L* = 50, *a*=*b*=0, selon qu'on augmente *L* seul ou *a* seul de 1, on obtient les *deltaE* suivants :

	CIE1976	CIE1994	CIE2000	CMC
$\Delta(Lab)=(1,0,0)$	1,0	1,0	1,0	0,92
$\Delta(Lab)=(0,1,0)$	1,0	1,0	1,45	1,56

On voit notamment que la formulation officielle la plus récente (CIE2000) accroît même la sensibilité aux composantes de couleur...

12 – La quête pour un espace de couleurs perceptuellement uniforme

Dans une représentation *perceptuellement uniforme* des couleurs, la distance séparant deux points représentant deux couleurs donnerait une mesure de l'écart idéal entre ces couleurs, tel que nous l'avons introduit dans le paragraphe précédent et la bonne formulation du *deltaE* serait tout simplement l'écart quadratique entre les composantes des deux couleurs.

Le système empirique de Munsell avait précisément été construit avec cette exigence en tête et on aurait dû en bénéficier si on en avait complètement réussi la quantification. Las ! La formule (16) ne donne manifestement pas un *deltaE* satisfaisant...

En même temps que la mise au point du modèle LAB, d'autres chercheurs exploraient un autre modèle colorimétrique dans l'espoir d'arriver à cette uniformité perceptuelle : le modèle LUV, encore cité de temps à autres aujourd'hui. Il semble que l'uniformité de ce modèle soit un peu meilleure que celle du LAB (sous toutes réserves, je n'ai jamais trouvé d'opinion bien tranchée là-dessus), mais comme c'est le LAB qu'on a adopté pour toute la technologie de la gestion de la couleur, le LUV semble glisser doucement vers l'oubli...

Retour sur la température de couleur corrélée : l'espace LUV survit néanmoins à travers la CCT. Rappelons que la CCT d'une source de lumière est la température du corps noir pour laquelle la couleur émise par celui-ci est la plus proche possible de la couleur de la source. Le calcul officialisé par la CIE se fait dans le diagramme de chromaticité LUV, en projetant le point représentant la source sur la courbe décrite par la chromaticité du corps noir quand la température varie (cf Lindbloom)

13 – Le problème de l’adaptation chromatique

Le problème pratique est le suivant : comment prévoir le changement de la couleur d’un matériau quand on change son illuminant ? Nous avons dit plus haut que cette couleur était *relativement* indépendante de l’éclairage ambiant, mais *pas complètement* (tout devient rougeâtre sous une bougie). Nous voudrions préciser ce changement.

La réponse est facile si nous connaissons la réflectivité $R(\lambda)$ du matériau et les spectres de l’illuminant initial et de l’illuminant final — et si nous admettons que la couleur est bien caractérisée par les trois stimulus réduits ou les composantes Lab que nous venons d’introduire. Nous pouvons alors tout calculer, les tristimulus du matériau et ceux du blanc, et en déduire les composantes Lab initiales et finales. *En règle générale, ces Lab – la couleur, donc – varient toujours un peu, à la seule exception des gris idéaux.*

Maintenant, que pouvons nous dire si nous connaissons juste la couleur initiale (par exemple par ses composantes Lab) sans connaître le détail de la réflectivité $R(\lambda)$? Il s’agit d’un problème pratique extrêmement important, puisque les couleurs d’une image numérisée ne sont définies que par trois composantes chromatiques et qu’il faudra bien que le « blanc » de cette image apparaisse bien comme un « blanc » sur le moniteur, quelle que soit la température de couleur de celui-ci, ou bien comme un blanc sur le papier d’impression. Et il faudra bien que toutes les couleurs de l’image soient modifiées en fonction de ce blanc.

Le problème est évidemment mal posé (il faudrait connaître $R(\lambda)$ mais on ne le connaît pas) et il ne faut pas s’étonner qu’on n’ait pas de solution complètement satisfaisante. On trouvera une comparaison de trois méthodes différentes dans le site de Lindbloom :

- ◆ la technique du « XYZ scaling » consiste essentiellement à dire que les Lab ne changent pas quand on change d’illuminant. Nous venons de dire que ce n’était pas tout à fait exact.
- ◆ les méthodes de Von Kries et de Bradford reposent sur un même formalisme (présenté ci-après), basé sur une analyse approximative de ce qui se passe dans les cellules de l’œil pour expliquer le mécanisme de cette adaptation chromatique ; elles ne diffèrent que par le choix de quelques coefficients empiriques.

Le site de Lindbloom contient une confrontation de ces trois méthodes avec des résultats exacts déduits de quelques réflectivités $R(\lambda)$. Finalement, la meilleure méthode est celle de Bradford. C’est cette méthode qui est préconisée par le consortium ICC et qui est utilisée dans Photoshop (selon Lindbloom).

Pour expliquer en quelques mots les méthodes de Von Kries ou de Bradford, disons qu’on remplace les tristimulus XYZ par des « excitations des cellules cônes », via une simple transformation linéaire

$$[\xi \ \eta \ \zeta] = [X \ Y \ Z] \cdot [A] \quad (17)$$

On calcule ainsi des excitations $[\xi_1 \ \eta_1 \ \zeta_1]$ et $[\xi_2 \ \eta_2 \ \zeta_2]$ pour le matériau sous les éclairages (1) et (2), et des excitations de référence $[\xi_{w1} \ \eta_{w1} \ \zeta_{w1}]$ et $[\xi_{w2} \ \eta_{w2} \ \zeta_{w2}]$ pour le blanc sous ces deux éclairages. L’idée est que le mécanisme d’adaptation de l’œil essaie de faire en sorte

que les *excitations réduites* $[\xi_l / \xi_{wl} ; \eta_l / \eta_{wl} ; \zeta_l / \zeta_{wl}]$ ne dépendent pas de l'éclairage. On en déduit la formule de transformation des tristimulus :

$$[X_2 Y_2 Z_2] = [X_l Y_l Z_l] \cdot [T] \quad (18)$$

avec

$$[T] = [A] \cdot \begin{bmatrix} \xi_{w2} / \xi_{wl} & 0 & 0 \\ 0 & \eta_{w2} / \eta_{wl} & 0 \\ 0 & 0 & \zeta_{w2} / \zeta_{wl} \end{bmatrix} \cdot [A]^{-1} \quad (19)$$

Si on accepte ces raisonnements, pour être pragmatique jusqu'au bout, il ne resterait plus qu'à optimiser les éléments de la matrice de passage $[A]$ pour qu'on ait les erreurs les plus faibles possibles sur un ensemble représentatif de couleurs et d'illuminants, mais j'ai l'impression que les éléments proposés par Bradford

$$[A] = \begin{bmatrix} 0.8951 & -0.7502 & 0.0389 \\ 0.2664 & 1.7135 & -0.0685 \\ -0.1614 & 0.0367 & 1.0296 \end{bmatrix} \quad [A]^{-1} = \begin{bmatrix} 0.986993 & 0.432305 & -0.008529 \\ -0.147054 & 0.518360 & 0.040043 \\ 0.159963 & 0.049291 & 0.968487 \end{bmatrix} \quad (20)$$

résultent plutôt d'un raisonnement théorique sur les cellules de la rétine, d'après les allusions lacunaires que j'ai pu glaner sur le web (je n'ai rien trouvé de clair). Pour terminer, on peut remarquer que la méthode du *XYZ scaling* rentre également dans ce formalisme si on prend une matrice unité pour $[A]$.

Nota : l'information est un peu éparpillée dans les pages de Lindbloom. Pour les formules théoriques : http://www.bruceindbloom.com/Eqn_ChromAdapt.html
Pour la comparaison des performances des différentes méthodes en lice : <http://www.bruceindbloom.com/ChromAdaptEval.html>

Remarque personnelle : je me sens plutôt malheureux devant cette question de l'adaptation chromatique. Il est évident que l'illuminant influe sur la perception des couleurs ; à titre d'exemple, tout devient rougeâtre sous la lumière d'une bougie. Or,

- (i) d'un côté, on admet le modèle LAB comme parole d'évangile dans la perception des couleurs et on est amené à constater que les *Lab* d'une scène varient avec l'illuminant, comme on s'y attendait ;
- (ii) d'un autre côté, alors que la valeur exacte de la variation des XYZ est entièrement due à des causes externes à l'oeil, à savoir la réflectivité des objets et le changement d'illuminant, on a l'air de s'appuyer sur le fonctionnement interne de l'oeil pour faire une estimation de cette variation ; cela ne paraît pas très cohérent...

Aussi mon attitude du moment (absolument non autorisée !), serait de rappeler que le problème est mal posé et qu'on se contente d'une solution semi-empirique – quel que soit le raisonnement qui y ait conduit –, sous la forme des équations (16–19) pour le changement des XYZ, le tout étant qu'on ait une matrice $[A]$ qui « marche » raisonnablement bien, comme ce semble être le cas avec la matrice proposée par Bradford...

14 – Les espaces colorimétriques RVB en pratique

Nous avons vu au début que la sensation de couleur liée à un rayonnement particulier ne dépendait que de trois composantes chromatiques, RVB ou XYZ. Le modèle CIE-1931 a défini

des primaires fictives très précises pour arriver aux XYZ de manière unique et personne ne revient là-dessus. Par contre, on a proposé de nombreux jeux de primaires réelles rouge, vert, bleu pour obtenir des évaluations pratiques des composantes *RVB* ou pour reconstituer des couleurs. A chaque fois on passe des XYZ aux *RVB* par une relation linéaire similaire à (4), soit

$$[X, Y, Z] \cdot [\mathbf{M}]^{-1} = [R, V, B], \text{ ou bien } [X, Y, Z] = [R, V, B] \cdot [\mathbf{M}] \quad (21)$$

mais avec des matrices $[\mathbf{M}]$ dépendant du jeu de primaires utilisées. Chaque choix détermine un espace colorimétrique *RVB* et certains d'entre eux ont reçu des noms qui sont devenus célèbres, comme *sRGB*, *Adobe(RGB)-1998*, *ColorMatch*, etc.

En pratique, ces espaces sont entièrement définis par les chromaticités des primaires utilisées et la chromaticité du blanc de référence, soit 8 paramètres indépendants en tout. Le 9^{ème} paramètre indispensable à la détermination des 9 éléments de $[\mathbf{M}]$ vient d'une convention de normalisation :

- ◆ d'un côté les *RVB* sont normalisés de manière à varier entre 0 et 1, et les puissances des trois primaires sont réglées de manière à ce qu'on ait le blanc quand on les pousse toutes trois au maximum, soit $(RVB) = (1,1,1)$
- ◆ de l'autre côté, les XYZ sont normalisés de manière à avoir $Y = 1$ pour ce blanc.

On obtient ainsi les 9 conditions nécessaires au calcul des matrices de passage. On trouvera les détails techniques du calcul dans le site de Lindbloom, ainsi qu'un grand nombre de ces matrices pour les espaces colorimétriques les plus connus. Le calcul des éléments de matrice ne dépend que de la chromaticité des primaires et du blanc de référence.

Remarque 1 : le choix des chromaticités des trois primaires est largement arbitraire. Il détermine le *gamut*, c.à.d. l'ensemble des couleurs qu'on pourra physiquement reproduire par addition de ces trois primaires ; cet ensemble est représenté par un triangle dans le diagramme de chromaticité. On ne peut pas prendre ce triangle aussi grand qu'on le voudrait, du moins pas si on numérise ensuite les *RVB* sur 8 bits, car l'oeil risquerait de séparer deux tons distants de 1 bit en *R*, *V*, *B* et on pourrait alors souffrir de postérisations dans des gradients très doux. Ce risque n'existe plus si on numérise sur 16 bits.

Remarque 2 : le *gamma* γ est un paramètre supplémentaire qui complète la définition des espaces colorimétriques pratiques, et qui relie les *RVB* analogiques précédents (variant entre 0 et 1) aux *rvb* numériques variant entre 0 et 255 (dans le cas d'une numérisation sur 8 bits) :

$$R = (r/255) ^ \gamma \quad (\text{et de même pour } V \text{ et } B) \quad (22)$$

Un choix incorrect conduit à un risque de postérisation dans les gradients de gris, soit du côté des noirs, soit du côté des blancs. Le meilleur choix est autour de 2 afin qu'une gamme de gris linéaire en *R* soit perçue comme linéaire en luminance, d'où la valeur généralement préconisée de 2,2 (<http://www.brucelindbloom.com/CompandCalcHelp.html>) Le gamma est beaucoup moins important de ce point de vue en 16-bits. Enfin, à noter que la relation (22) est remplacée par une loi plus compliquée pour le *sRGB*, mais voisine d'un simple $\gamma = 2,2$

15 – Passage des *Lab* aux *RVB*

C'est un problème pratique important. On doit d'abord passer des *Lab* aux *XYZ* en inversant les relations (15), soit, successivement :

$$\begin{aligned} g &= (L + 16) / 116 \\ X &= X_r \cdot u(g + a / 500) \\ Y &= Y_r \cdot u(g) \\ Z &= Z_r \cdot u(g - b / 200) \end{aligned} \quad (23)$$

où $u(f)$ est la fonction définie par

$$\begin{aligned} \text{si } f > 6/29 \quad &\text{alors } u = f^3 \\ \text{sinon} \quad &u = 27(116f - 16) / 24389 \end{aligned}$$

Dans ces formules les X_r , Y_r et Z_r sont les tristimulus du blanc de référence de *l'image d'origine* (celle où on a lu les *Lab*). Ensuite :

- (i) si on veut des *RVB* dans un espace colorimétrique avec un autre blanc de référence, il faut adapter les *XYZ* à ce nouveau blanc, selon les formules de la section 13 (en principe avec la méthode de Bradford)
- (ii) si le blanc de référence des *RVB* est le même que celui de la scène, où si on se contente de l'adaptation à la « XYZ scaling » (c.à.d. simple transmission des *Lab*), on ne modifie pas les *XYZ* obtenus avec (23)

On passe enfin aux *RVB* analogiques (variant de 0 à 1) au moyen de la relation (21) avec la matrice **[M]** appropriée :

$$[R, V, B] = [X, Y, Z] \cdot [\mathbf{M}]^{-1}$$

On trouvera les matrices de passage de la plupart des espaces *RVB* pratiques dans le site de Lindbloom (http://www.brucelindbloom.com/Eqn_RGB_XYZ_Matrix.html). Par exemple, pour l'espace Adobe-RGB(1998) :

$$[\mathbf{M}]^{-1} = \begin{bmatrix} 2,04148 & -0,969258 & 0,0134455 \\ -0,564977 & 1,87599 & -0,118373 \\ -0,344713 & 0,0415557 & 1,01527 \end{bmatrix}$$

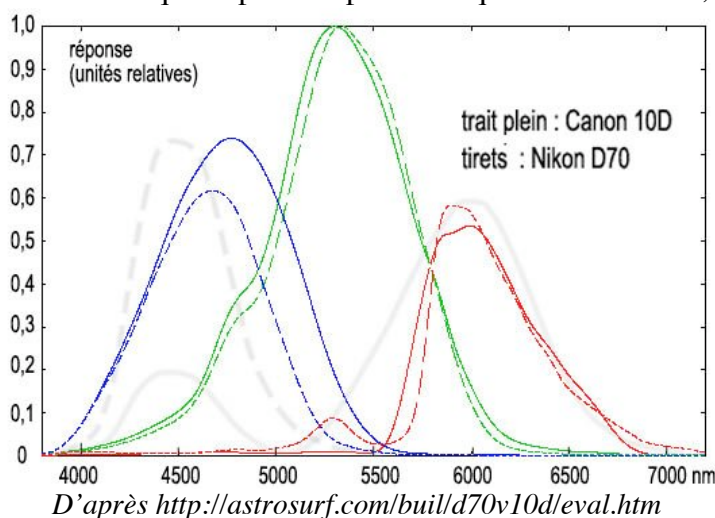
Ne restera plus qu'à introduire le gamma et la profondeur de discrétisation, soit, en 8-bits, $r = 255 R^{1/\gamma}$ et de même pour le vert et le bleu.

16 – Et comment se sert-on de tout ça dans la vie de tous les jours ?

J'arrive maintenant à une zone moins sûre, à savoir comment on met tout cet attirail conceptuel en action dans le traitement de nos images, depuis la prise de vues jusqu'à la sortie dans une imprimante. Ce qui suit ressort parfois de la devinette, mais je pense que *si non e vero...*

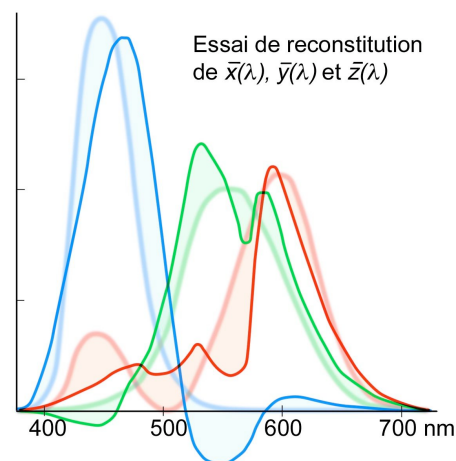
Numérisation d'une scène par un APN

A première vue, l'appareil numérique devrait commencer par recueillir les tristimulus XYZ de la scène photographiée, et pour cela, il me semble que le plus simple serait que les filtres vert, bleu, rouge qui tapissent son capteur aient des fonctions de réponse spectrale qui reproduisent les courbes d'équilibrage $\bar{x}(\lambda)$, $\bar{y}(\lambda)$ et $\bar{z}(\lambda)$. On en est apparemment très loin, à en croire les courbes ci-contre relevées sur deux boîtiers bien connus. Les maxima ne sont pas aux bons endroits et le rebond de la courbe rouge (inexistant pour le Canon) n'a rien à voir avec celui de la fonction $\bar{x}(\lambda)$ (rappelée en gris pâle continu dans la figure, ainsi que la fonction $\bar{z}(\lambda)$, en tirets gris pâle).



Je présume donc qu'on se contente d'une reconstitution très approchée des fonctions $\bar{x}(\lambda)$, $\bar{y}(\lambda)$, $\bar{z}(\lambda)$ sous la forme d'une combinaison linéaire de ces réponses spectrales. Maintenant, autre mystère, comment va-t-on faire l'optimisation ? On peut minimiser une erreur quadratique moyenne sur l'ensemble du spectre visible, mais tout aussi bien on peut décider de minimiser l'erreur de couleur ΔE moyenne sur un ensemble de couleurs représentatif — par exemple les couleurs de la mire *ColorChecker* de Gretag-Macbeth...

Autant dire tout de suite qu'il ne faut pas s'attendre à des miracles. Je me suis amusé à faire les calculs à partir des courbes données pour le Nikon D-70 dans la figure précédente — à titre d'exercice car je ne suis pas certain de la signification exacte de ces courbes (faute de détails dans l'article d'origine). La figure ci-contre montre la reconstitution des courbes d'équilibrage quand on fait l'optimisation sur la mire *ColorChecker* (les courbes théoriques figurent en estompé). Comme on pouvait s'y attendre, la reconstitution est assez médiocre ; néanmoins les 24 couleurs de la *Color-Checker* sont lues avec une



erreur quadratique moyenne fort honnête de 2,7 en ΔE_{76} (avec un maximum de 4,8). On pourrait craindre une erreur bien supérieure pour d'autres couleurs, étant donnée la médiocrité de la simulation des fonctions $\bar{x}(\lambda)$, $\bar{y}(\lambda)$ et $\bar{z}(\lambda)$; en fait, j'ai fait un certain nombre d'essais et rien trouvé de vraiment catastrophique... Fin de l'exercice.

Sortie de l'appareil numérique dans un espace colorimétrique standard

A ce niveau on a une approximation des XYZ sous la forme d'une fonction linéaire des RVB captés. Le passage dans un espace standard (généralement *sRGB* ou *Adobe-1998*) est une adaptation chromatique (cf section 13) où le blanc de la scène — soit choisi, soit mesuré par le photographe à travers des menus de son appareil — est converti vers le blanc de l'espace colorimétrique ; il s'agit en fait d'une nouvelle transformation linéaire. On recode ensuite les composantes chromatiques en fonction du gamma.

Conversion d'un espace colorimétrique vers un autre dans Photoshop

Le processus est le suivant :

- (i) dans le premier espace, Photoshop passe des RVB aux *Lab* calculés avec le blanc de référence de cet espace — avec les formules (15) ;
- (ii) il fait une adaptation chromatique vers le blanc D50.
- (iii) il fait une deuxième adaptation chromatique du D50 vers le blanc du deuxième espace colorimétrique. Evidemment, si on retrouve le blanc de référence initial, les étapes (ii) et (iii) s'annulent.
- (iv) Enfin, on passe des *Lab* ainsi adaptés aux RVB correspondants — avec les formules (23)

Cette adaptation chromatique est totalement transparente pour l'utilisateur et on ne peut pas la suivre par le biais d'un changement dans les *Lab*. En effet, Photoshop offre bien de lire des valeurs de telles composantes, soit dans le sélecteur de couleur, dans la palette des infos, mais à aucun moment il ne s'agit des composantes *Lab* associées aux RVB de l'espace de travail, *mais toujours des composantes Lab adaptées au blanc D50*. Comme ces composantes sont évidemment les mêmes avant ou après conversion, on ne voit (généralement) aucune variation dans les *Lab* affichés par la palette des infos.

Le « généralement » ci-dessus vise le cas exceptionnel où la couleur convertie sortirait du gamut, c.à.d. que l'un des nouveaux RVB serait négatif ou supérieur à 255. Dans ce cas, la composante anormale est remplacée par 0 ou 255, et Photoshop calcule d'abord les nouveaux *Lab* (dans le nouvel espace de travail) , puis fait l'adaptation vers le D50, et ce sont ces nouveaux « *Lab-D50* » qui sont affichés.

Dans le même esprit, si on passe en mode LAB, Photoshop considère que les composantes *Lab* de l'image ont l'illuminant D50 comme blanc de référence.

Visualisation par le moniteur

A nouveau, le blanc de l'espace colorimétrique de l'image doit apparaître comme le blanc du moniteur, donc pas forcément le même si les températures de couleur sont différentes. Donc,

on doit à nouveau avoir une adaptation chromatique avec transformation de Bradford. Je présume que Photoshop envoie les composantes *Lab-D50* de l'image et que le système fait ensuite l'adaptation chromatique vers la température de couleur du moniteur.

Ce mécanisme assure qu'on ne voit aucun changement à l'écran lors des opérations de conversion d'un espace à un autre (sauf en cas de sortie de gamut)

Conversion vers l'imprimante

Les profils ICC des imprimantes sont normalement conçus pour un illuminant D50. Tout naturellement, Photoshop va donc leur envoyer les composantes *Lab-D50* de l'image.

17 – Sources utilisées

- <http://www.bruceindbloom.com/> : le site de Bruce Lindbloom. Une foule de formules, d'informations diverses, de calculateurs en java... mais vraiment pas pour un débutant !
- <http://www.cvrl.org/> : beaucoup d'informations et de données, à la fois données historiques et données officielles de la CIE
- <http://www.cis.rit.edu/> : d'autres données
- <http://www.handprint.com/> : le site de Bruce MacEvoy, un peintre qui s'intéresse beaucoup à la théorie de la couleur. Pas de calculs, mais de nombreuses pages offrant une présentation synthétique dans de nombreux domaines de la vision
- http://en.wikipedia.org/wiki/CIE_1931_color_space : cet article m'a beaucoup servi, mais il contient malheureusement trop de maladresses, qui m'ont convaincu de me mettre au boulot.
- <http://astrosurf.com/buil/d70v10d/eval.htm> : données sur les capteurs du Nikon D70
- <http://www.rags-int-inc.com/PhotoTechStuff/RawStandards/> une présentation très lisible de ce qui se passe dans un appareil numérique en format RAW